Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer Mathematik der Nummern

1. Nummern stellen semiotisch, wie zuletzt in Toth (2011) dargestellt, eine dritte Zahlenart neben Kardinal- und Ordinalzahlen dar, obwohl sie den letzteren typologisch näher stehen als den ersteren. Stark vereinfacht könnte man sagen, Ordinalzahlen bringen mit Hilfe ihrer <- oder >-Ordnung dadurch Ordnung in die Kardinalzahlen, dass sie für jede dieser Zahlen in eindeutiger Weise sowohl ihren Vorgänger als auch ihren Nachfolger und damit also in eindeutiger Weise den Platz der Kardinalzahl innerhalb der Menge der Kardinalzahlen bestimmen. Obwohl es nun gerade die Adaptation dieser Ordnung ist, welche die Nummern als „Identifikatoren" fungieren lassen, ist es paradoxerweise wiederum diese Ordnung, durch welche sich Nummern und Ordinalzahlen am stärksten unterscheiden, vgl. z.B.

$K = \{1. \leftrightarrows 2. \leftrightarrows 3. \leftrightarrows \dots \leftrightarrows m\}$

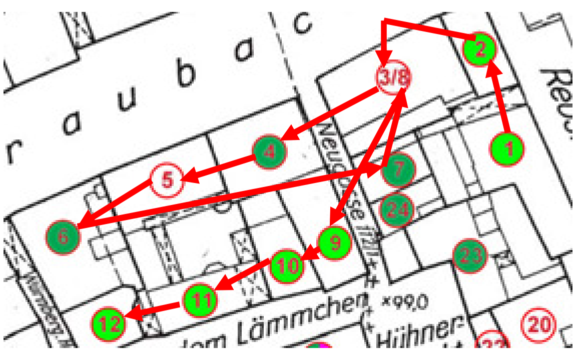

Bild 1 zeigt die Abfolge einiger Kardinalzahlen. Für jedes Paar (i, j) gilt entweder i < j oder i > j. Schaut man sich dagegen die als Nummern verwendeten Kardinalzahlen Bild 2 an, so ergibt sich alles andere als eine lineare Abfolge. Während eine bekannte Lösung der Hausnumerierung in der bilinearen Bijektion besteht

1	3	5	7	...
↓	↓	↓	↓	
2	4	6	8	...,

herrscht, wenigstens vom mathematischen Standpunkt der Abbildung zweier Mengen aufeinander, in Bild 2 das totale Chaos. In Wahrheit ist es allerdings so, dass die Abbildung von Nummern auf Objekt nicht nur von der Anzahl und Distinktheit der Elemente zweier Mengen abhängt, sondern zusätzlich vom Ort dieser Elemente und der Richtung der Abbildungen. Die zwei zusätzlichen Eigenschaften unterscheiden Nummern von (gewöhnlichen) Ordinalzahlen, und dies wollen wir in diesem Aufsatz anhand der wichtigsten Fälle von Nummern demonstrieren.

2. Semiotisch gesehen ist die Abbildung

h: Häuser → Nummern

nicht nur mathematisch eineindeutig, sondern semiotisch im Sinne Bühlers „symphysisch“, denn wenn man eine Hausnummer (Plaquette) von ihrem zugeörigen Haus ablöst, ist es normalerweise unmöglich, sie wieder ihrem zugehörigen Haus zuzuordnen. Darin unterscheiden sich Hausnummern also von Autonummern

a: Autos → Nummern,

bei denen die “number plates“ wegen ihrer alphanumerischen Kodierung eindeutig den Besitzer des Autos und damit das Auto selbst ermitteln lassen. Im Gegensatz zur Abbildung h ist also die Abbildung a nicht-symphysisch.

3. Ein Spezialfall liegt vor bei Schlüsseln. Hier ist bewusst keine eindeutige Zuordnung dieses semiotischen Objektes zum Schloss an der Tür des Hauses intendiert, damit das letztere nicht für kriminelle Zwecke identifizierbar ist. Trotzdem liegt natürlich mathematische Eineindueitgkeit der Abbildung

s: Schloss → Schlüssel

und sogar semiotische Symphysis vor, da erst durch diese zwei Bedingungen sozusagen der Schlüssel ins Schloss passt und beide damit ihren Zweck erfüllen. Der Schlüssel fungiert hier also in einem sehr weiten Sinne als „semiotisches Nummer-Objekt", was umso weniger abwegig ist, als bei der Fräsung von Schlüssel ja ebenfalls numerisch basierte Patterns verwendet werden und da besonders für grosse öffentliche Gebäude, die gut gesichert seinn müssen, ganze Schlüssel-Hierarchien bestehen.

4. Seien $a, b, c, ... \in A$ Nummern und $\alpha, \beta, \gamma, ... \in \Delta$ beliebige Objekte, dann gilt:

Wenn $A \to B = \{a(\alpha), b(\beta), c(\gamma), ..., a(\beta), a(\gamma), a(\delta), \ldots\}$, dann gilt i.d.R.

$a(\alpha) + a(\alpha) \neq a(\beta)$

$a(\alpha) + a(\beta) \neq a(\gamma)$

$a(\beta) + a(\beta) \neq a(\delta)$, usw.

Ferner ist die Differenz (Subtraktion)

$\Delta((a(\beta), a(\alpha))$

ohne zusätzliche Angaben unlösbar. (Er ist allerdings nicht sinnlos, da z.B. zwei Häuser auf zwei verschiedenen Plätzen stehen müssen.) Die obigen Ungleichungen verdanken sich, wie gesagt, der Tatsache, dass die $\alpha, \beta, \gamma, ... \in \Delta$ beliebige Objekte qualitativ verschieden sind und dass $A \to B$ eine Abkürzung für Abbildungen verschiedener Richtungen ist.

5. Schauen wir uns als nächstes Buslinien an. Verschiedene Sprachen halten hier sogar bestimmte suffigierte Numeralformen zur Unterscheidung dieser Nummern von den gewöhnlichen Zahlen bereit, vgl. schweizerdt. de Zweier, Drüer, Vierer, Füfer, Sexer, s Sex-i-Tram, s Sibn-i-Tram, de 24-er-Bus, usw., ungarisch egy-es, kett-es, harm-as (busz), usw. Doch was wird bei Busliniennummern überhaupt abgebildet? Bestimmt werden keine Ordinalzahlen aus konkrete Busse abgebildet, denn dies würde bedeuten, dass immer nur die gleichen Busse auf der gleichen Strecke verkehren dürften. Hier liegt eine komplexere Abbildung vor:

b: (Strecke $\leftrightarrow$ Nummer) $\rightarrow$ Bus, Tram

Es enthält also eine bestimmte Strecke eine Nummer, und ein (beliebiger) Bus, der diese Strecke befährt, erhält die gleiche Nummer. Daraus folgt also ebenfalls, dass es z.B. ein Irrtum wäre, bei der Einfahrt des Busses Nr. 4 darauf zu schliessen, dass gerade vorher der Bus Nr. 3 passiert hat und als nächster der Bus Nr. 5 passieren wird. In Ergänzung zu den obigen Ungleichungen ist hier also die Differenzbildung

$\Delta((a(\beta), a(\alpha))$

sinnlos, da für alle $a(\beta)$ und $a(\alpha)$ sämtliche Busse in Frage kommen.

6. Auch Kleidergrössen stellen eine besondere Art von Nummern dar. Historisch sollen sie als eine Art von Durchschnittswerten für die Massenproduktion von Kleidern dienen, d.h. die Einzelanfertigung eines Konfektionsschneiders ersetzen. Es liegt also wieder eine komplexere Abbildung vor:

k: (Kleiderschnitt $\leftrightarrow$ Grössenintervall) $\rightarrow$ Mensch

Die Nummer ist hier also im Gegensatz zu allen behandelten Nummern keine feste Grösse, sondern ein Wert aus einem Intervall. Wie man ausserdem aus der Praxis weiss, bedeutet, die richtige Kleidergrösse gewählt zu haben noch keineswegs, dass einem das betreffende Kleid auch wirklich „steht“ (bzw. „sitzt“, d.h. wie ein Icon das Objekt des Körpers „matcht“). Ferner unterscheidet sich diese Abbildung von den bisherigen, dass hier zwar keine systeminternen, aber doch systemisch-gemischten elementaren arithmetischen Operationen möglich sind: So ist der Nachfolger eines Hauses Nr. 12, σ(Nr. 12), i.a. nicht das Haus Nr. 13, aber der Nachfolger eines Kleides der Grösse 12, $\sigma(12)$ ist i.a. das Kleid der Grösse 13, und der Vorgänger des ursprünglichen Kleides ist das Kleid Nr. 11. Wir haben also

$\sigma(n) = (n+1)$

$v(n) = (n-1)$.

7. Bei Examensnoten als Nummern liegt die doppeltekomplexe Abbildung

n: $(((\text{Anzahl wahre/falsche Antworten}) \leftrightarrow (0, 1)) \leftrightarrow \sum(0, 1)) \rightarrow \text{Note}$

vor, d.h. jeder richtig beantworteten Frage wird der positive Wert 1, jeder falschen der logisch negative Wert 0 abgebildet, und die Summierungsoperation, d.h. die Bilanzierung der negativen und positiven werte wird auf die Summe abgebildet, die dann auf eine konventionell festgelegte Nummer abgebildet wird (z.B. Noteninvertall 1-6/1-5; 6-1, 5-1, usw.).

8. Altersangaben als Nummern:

l: $((\Delta(\text{Lebensjahr } (t_1), \text{Geburtsjahr } (t_0)) \leftrightarrow \Delta t) \rightarrow \text{Mensch}$

Auch hier liegt also eine doppelt komplexe Abbildung vor.

9. Zeitangaben als Nummern

(Laufzeit einer Uhr ↔ Markierung auf Ziffernblatt) → Stunde/Minute/Sekunde

Es ist bemerkenswert, dass für die Fälle 7. bis 9., die man mathematischen als „borderline"-Fälle von Nummern bezeichnen könnte, die Nummer-Status wiederum in manchen Sprachen durch bestimmte Suffixe, die an die gewöhnlichen Numeralia treten, ausgedrückt wird, vgl. schweizerdt. en Ais, es Zwai, es Sexi = eine Eins, eine Zwei, eine Drei, aber nur im Schweizerdt. mit Suffix –i. Danach auch ein „Eins-er-Schüler" vs. ein „Sechs-er-Schüler". Während man im Dt. nur sagen kan: Er ist vierzig Jahre alt bzw. er ist vierzig Jährig, wo also das unsuffigierte Numerale stehen muss, heisst es auf Schweizerdt. er isch vierzØg-i, zwölf-i, nünenünzØg-i, hunder-t, usw. Ferner ist es im Schweizerdt. nicht sieben, acht oder neun Uhr, sondern sibØn-i, acht-i, nüün-i, usw.

Bibliographie

Von der Kardinalzahl zur Nummer. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Nachtrag%20Ordinalia%20Nummern.pdf 8.3.2011